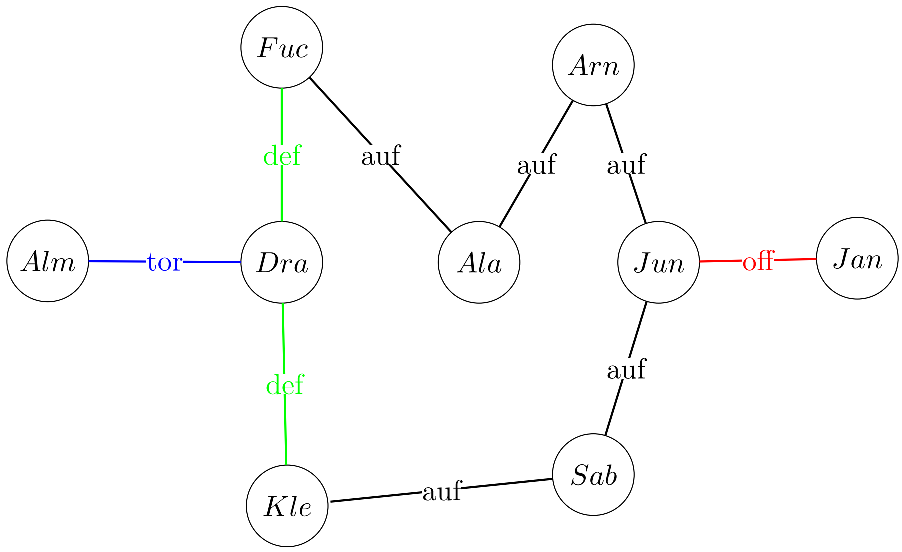
Theoretische Informatik UE SS2016

Übungsblatt 13

Aufgabe 1:

Es seien folgende Passwege zwischen Spielern gegeben. Die Pässe können in unterschiedliche Kategorien eingeteilt werden: Torraumpass (tor), defensiver Pass (def), spielaufbauender Pass (auf), offensiver Pass (off).



Erstellen Sie die dazugehörige Wissensbasis in Prolog. Definieren Sie ein 3-stelliges Prädikat `(Art, SpielerX, SpielerY)`, das angibt ob der Ball mit nur einer bestimmten `Passkategorie` von `SpielerX` zu `SpielerY` kommt.

Hinweis: Damit der Prolog Interpreter beim Auswerten der Rekursion nicht in eine Endlosschleife gelangt, müssen Sie die beiden Passrichtungen zunächst getrennt behandeln. Fassen Sie diese am Schluss zu dem Prädikat `stafette` zusammen.

Aufgabe 2:

Lösen Sie folgendes Rätsel mit dem Generate & Test Ansatz.

Sarah, Lisa, Kerstin und Stefanie spielen ein Würfelspiel. Es gibt vier verschiedenfarbige Würfel (Rot, Gelb, Blau, Grün) und es wurden die Augenzahlen Zwei, Drei, Vier, und Fünf gewürfelten. Jedes Mädchen hat genau einen farbigen Würfel benutzt und damit eine der Augenzahlen gewürfelt. Wir wissen, dass Lisa den roten Würfel benutzt hat und keine Zwei gewürfelt hat, mit dem blauen Würfel eine Fünf gewürfelt wurde, Kerstin eine Vier gewürfelt hat, Stefanie den gelben Würfel benutzt hat und keine Drei gewürfelt hat. Welches Mädchen hat mit welchem Würfel welche Zahl gewürfelt?

Aufgabe 3:

Welches der folgenden Probleme ist berechenbar/entscheidbar. Begründen Sie in beiden Fällen Ihre Anwort, d.h. skizzieren Sie entweder ein Verfahren wie das Problem berechnet werden kann oder geben Sie eine Reduktion von einen unentscheidbaren Problem aus der Vorlesung an.

(a) Zu Entscheiden, ob eine prädikatenlogische Formel aus eine Menge von Formeln folgt.

(b) Zu Entscheiden, ob eine Typ-2 Grammatik und ein Kellerautomat die gleiche Sprache akzeptieren.

(c) Gegeben: Ein Alphabet Σ, drei Listen von Zeichenketten über Σ, i.e. $A = (x_1, \ldots, x_k)$, $B = (y_1, \ldots, y_k)$, $C = (z_1, \ldots, z_k)$ mit $x_i, y_i, z_i \in \Sigma^+$ und eine positive Zahl m. Zu Entscheiden, ob es eine nicht-leere Folge von Indizes $i_1, \ldots, i_m$ mit Länge m gibt, sodass $x_{i_1} \ldots x_{i_m} = y_{i_1} \ldots y_{i_m} = z_{i_1} \ldots z_{i_m}$.

Prolog zu Aufgaben 4 – 6: Eine gängige Methode mit NP-schweren Problem umzugehen ist es das Problem in einem Formalismus auszudrücken und dann mit hochentwickelten Systemen für diesen Formalismus zu lösen. Ein bekanntes NP-schweres Problem ist die 3-Färbbarkeit von Landkarten, bei dem man testen will, ob die Länder einer gegebene Landkarte mit 3 Farben eingefärbt werben können sodass benachbarte Länder unterschiedlich Farben haben.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Landkarte eines kleinen Landes, das in 9 Bezirke unterteilt ist. Sie haben 3 Farben (z.B.: Rot, Grün, Blau) zur Verfügung und wollen jedem Bezirk genau eine Farbe zuweisen, sodass keine benachbarten Bezirke die gleiche Farbe haben. Geben Sie ein Prolog Programm an, das eine solche 3-Färbung berechnet.

Bild basierend auf: Wiki-Commons User:AleXXw File: "Karte_A_Tirol_ohne.svg"
`https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Karte_A_Tirol_ohne.svg` (Lizenz: gemeinfrei)

1. Landeck
2. Reutte
3. Imst
4. Innsbruck-Land
5. Innsbruck-Stadt
6. Schwaz
7. Kufstein
8. Kitzbühel
9. Lienz

Hinweis: Lienz grenzt an keinen anderen Bezirk, hat also keine Nachbarn. Verwenden Sie zum Lösen des Beispiels den Generate & Test Ansatz.

Aufgabe 5:

Drücken Sie den Sachverhalt aus dem vorherigen Beispiel in Aussagenlogik aus.

Hinweis 1: Verwenden Sie Atome/Variablen die ausdrücken, dass ein Bezirk eine bestimmte Farbe hat und formulieren Sie zunächst einzeln, dass jeder Bezirk genau eine Farbe hat. Verwenden Sie dabei die Nummerierung aus dem Bild von Aufgabe 4 als Indizes für die Variablen.
Hinweis 2: Es genügt hier die Formeln schemenhaft anzugeben (auf Nachfrage sollten Sie aber die konkreten Formeln angeben können).

Aufgabe 6:

Betrachten Sie wieder das Problem der Färbbarkeit von Landkarten. Eine Landkarte sei durch die Prädikate $Bezirk(x)$ und $Nachbar(x, y)$ gegeben. Desweiteren gibt es ein Prädikat $Farbe(x)$ das die verfügbaren Farben angibt und ein Prädikat $Gleich(x, y)$ das angibt ob zwei Objekte gleich sind.

- $Bezirk(x) \ldots x$ ist ein Bezirk
- $Nachbar(x, y \ldots x$ grenzt an y
- $Farbe(x) \ldots x$ ist eine Farbe
- $Gleich(x, y) \ldots x$ und y sind gleich

Betrachten Sie eine Funktion $faerbung(x)$.

(a) Geben Sie Formeln an die definieren, dass $faerbung(x)$ eine gültige Färbung der Landkarte ist, d.h. (i) jedem Bezirk eine Farbe zuweist und (ii) benachbarten Bezirken unterschiedliche Farben zuweist.

Hinweis: Geben Sie die Formel in zwei Teilen (i) und (ii) an und verknüpfen Sie die beiden anschließend mit einer Konjunktion.

(b) Skizzieren Sie ein Modell ihrer Formel, das die Prädikate $Bezirk(x)$, $Nachbar(x, y)$ der Landkarte aus Aufgabe 4 entsprechend interpretiert und mindestens drei Farben enthält.