

Theoretische Informatik UE SS2016

Übungsblatt 7

Aufgabe 1:

In dieser Aufgabe betrachten wir aussagenlogische Formeln über die atomaren Formeln $Var = \{A, B, C, D\}$. Beachten Sie in jedem Fall die formale Definition der Aussagenlogik aus der Vorlesung.

- (a) Entscheiden Sie ob die folgenden Formeln syntaktisch korrekte aussagenlogische Formeln sind und begründen Sie ihre Hypothese.

- (i) $A \rightarrow (B \wedge C) \rightarrow \neg D$
- (ii) $((A \wedge C) \rightarrow \neg(B \vee \neg D))$
- (iii) $((A \rightarrow (D \wedge B)) \wedge C)$
- (iv) $(D \neg B \vee) \rightarrow (AC \wedge)$

- (b) Sind die folgenden Belegungen Modelle für die syntaktisch korrekten Formeln aus (a)?

X	$\alpha(X)$	X	$\beta(X)$	X	$\gamma(X)$	X	$\delta(X)$
A	0	A	1	A	1	A	1
B	1	B	0	B	1	B	1
C	1	C	1	C	0	C	1
D	1	D	1	D	1	D	0

- (c) Betrachten Sie die formale Definition der Syntax der Aussagenlogik aus der Vorlesung und geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache aller aussagenlogischen Formeln über die Atome x, y, z repräsentiert.

Aufgabe 2:

Beweisen Sie mittels Wahrheitstafel, dass die folgenden Formeln semantisch äquivalent sind:

- (i) $\neg(x \wedge y)$ und $(\neg x \vee \neg y)$
- (ii) $x \vee (y \wedge \neg z)$ und $((y \vee \neg y) \wedge \neg x) \rightarrow \neg(\neg y \vee z)$

Aufgabe 3:

(a) Gegeben sind folgende deutsche Sätze:

- (i) Wenn Lena auf Urlaub ist, dann macht sie Sport oder sie macht keinen Sport.
- (ii) Lena macht Sport und sie ist weder in der Uni noch auf Urlaub.
- (iii) Wenn Lena nicht in der Uni ist und nicht krank ist, dann macht sie keinen Sport.
- (iv) Lena ist auf Urlaub und macht Sport, oder ist nicht krank und auf der Uni.

Formalisieren Sie die Sätze in Aussagenlogik. Sind die Sätze Tautologien/erfüllbar? Geben Sie, falls existent, ein Modell an.

(b) Gegeben sind folgende Formeln:

- (i) $(\neg K \wedge \neg U) \rightarrow (S \vee L)$
- (ii) $S \leftrightarrow (L \wedge \neg K)$

Übersetzen Sie die Formeln in deutsche Sätze wobei die Atome folgende Bedeutung haben:

K Lena ist krank.

S Lena macht Sport.

U Lena ist auf Urlaub.

L Lena ist in der Uni.

Sind die Formeln Tautologien/erfüllbar? Geben Sie, falls existent, ein Modell an.

Aufgabe 4:

Formalisieren Sie die folgenden Sätze mittels Aussagenlogik:

- (i) Wenn ich faul bin oder keine Zeit habe, lerne ich nicht.
- (ii) Ich lerne oder mache Übungen, aber nicht beides.
- (iii) Wenn es nicht regnet, dann mache ich Sport und keinen Sport.
- (iv) Habe ich Fieber und liege im Bett, dann bin ich krank und nehme Medikamente.
- (v) Wenn ich einen Witz erzähle, lachen entweder die Leute und der Witz war lustig oder die Leute lachen nicht und der Witz war nicht lustig.

Sind die Sätze Tautologien / erfüllbar? Geben Sie, falls existent, ein Modell an.

Aufgabe 5:

Ist die folgende Aussagenmenge widerspruchsfrei?

- 1 Wenn ich zu spät ins Wahllokal gehe, dann ist die Wahl bereits vorbei.
- 2 Ist die Wahl bereits vorbei, dann wähle ich nicht.
- 3 Ich gehe zu spät ins Wahllokal.
- 4 Ich wähle nicht.

Formalisieren Sie die Aussagen mittels Aussagenlogik und beweisen Sie Ihre Hypothese.

Aufgabe 6:

(a) Gegeben seien folgende aussagenlogische Formeln.

(i) $(A \vee \neg B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (A \vee B \vee C)$

(ii) $D \vee C$

(iii) $B \vee C \vee \neg A \vee (D \wedge A)$

(iv) $(B \vee C) \wedge (D \rightarrow A)$

(v) $(B \vee C) \wedge (\neg D \vee (A \wedge C))$

Welche dieser Formeln sind in KNF oder DNF?

(b) Bringen Sie die folgenden Formeln in konjunktive Normalform und geben Sie die Schritte mit Begründung an.

(i) $(\neg(\neg C) \vee \neg(B \wedge A)) \wedge D$

(ii) $C \leftrightarrow \neg(A \vee D)$