

Algorithmen und Datenstrukturen ADS VO	schriftliche Einzelprüfung	11.12.2015		1
--	-------------------------------	------------	--	---

	15	20	28	26	34	24	18
	+	+	+	+	+	+	+
28							
z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8

Aufgabe 1 [2]

Fügen Sie in obiger Tabelle in den leeren Kästchen, vor denen das Pluszeichen steht, die Ziffern Ihrer Matrikelnummer ein. Führen Sie die Additionen durch und ermitteln Sie die Zahlen z_2 bis z_8 . (z_1 ist bereits mit dem fixen Wert 28 belegt.)

Aufgabe 2 [18]

- [10] Erstellen Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine rekursive Funktion f mit einem ganzzahligen Parameter n , auf die das Mastertheorem anwendbar ist und deren Laufzeit in $\Theta(n^2 \log n)$ liegt. Der Wert des Parameters a im Mastertheorem darf dabei nicht 4 sein.
- [3] Zeigen Sie mit Hilfe des Mastertheorems, dass f die gewünschte Laufzeit hat.
- [5] Erstellen Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine Funktion g mit einem ganzzahligen Parameter n , die f aufruft und deren Laufzeit in $\Theta(n^3 \log^2 n)$ liegt.
(Anmerkung: $\log^2 n = \log n * \log n$)

Aufgabe 3 [20]

Die Werte z_1 bis z_8 . (aus Aufgabe 1) seien in dieser Reihenfolge von links nach rechts in einem Array gespeichert. Sortieren Sie die Werte aufsteigend mit

- [10] Quicksort (Verwenden Sie als Pivotelement immer den letzten - ganz rechten - Wert).
- [6] Heapsort
- [4] Mergesort

Geben Sie alle notwendigen Schritte so genau an, dass die Arbeitsweise des Algorithmus klar ersichtlich wird.

Aufgabe 4 [20]

- [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode die Definition einer effizienten Datenstruktur für einen Min-Heap an, der ganzzahlige Werte speichert.
- [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine Methode an, die die Summe der Werte aller Knoten retourniert, die (in der üblichen grafischen Darstellung) in der jeweiligen Ebene ganz rechts liegen.



Die Summe der Elemente ganz rechts ist zu bilden

- [5] Geben Sie in C++-ähnlichem Pseudocode eine effiziente Methode an, um das Minimum der im Min-Heap gespeicherten Werte auszugeben.
- [5] Welche Laufzeitordnungen haben Ihre Methoden aus Punkt b) und Punkt c) bezüglich der im Heap gespeicherten Anzahl n der Elemente?

Algorithmen und Datenstrukturen ADS VO	schriftliche Einzelprüfung	11.12.2015		2
--	-------------------------------	------------	--	---

Aufgabe 5 [20]

- [10] Fügen Sie die Zahlen z_1 bis z_7 (aus Beispiel 1) in dieser Reihenfolge in eine ursprünglich leere Hashtabelle der Größe 7 ein. Verwenden Sie die Hashfunktion $h(x) = x \% 7$ und zur Kollisionsbehandlung double Hashing mit $g(x) = x \% 4 + 1$ als zweiter Hashfunktion. Geben Sie den Zustand der Hashtabelle nach jeder Einfügeoperation an.
- [4] Geben Sie den Kollisionspfad an, der durchsucht wird, wenn versucht wird, in der nach a) befüllten Hashtabelle zusätzlich z_8 (aus Beispiel 1) einzufügen.
- [2] Wozu wird beim double Hashing die Markierung „wiederfrei“ verwendet?
- [2] Warum ist es empfehlenswert, für double Hashing eine Tabellengröße zu verwenden, die eine Primzahl ist?
- [2] Nennen Sie zwei dynamische Hashverfahren (Angabe der Namen ist ausreichend).

Aufgabe 6 [20]

Gegeben ist die folgende Adjazenzmatrix, die die Kosten der Verbindungen zwischen den Knoten eines gerichteten Graphen beschreibt:

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & z_3 & z_4 \\
 z_2 & 0 & z_5 & z_8 & 0 \\
 2 & 0 & 1 & 0 & 2 \\
 0 & z_6 & 0 & 0 & z_7 \\
 42 & 4 & 0 & 0 & 3
 \end{pmatrix}$$

- [2] Skizzieren Sie den Graphen, der durch diese Adjazenzmatrix beschrieben wird.
- [10] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra die kürzesten Wege vom Knoten 1 zu allen anderen Knoten des Graphen (Dabei entspricht Knoten 1 dem Knoten der ersten Zeile/Spalte in der Adjazenzmatrix).
- [8] Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Prim einen minimal spannenden Baum des Schattens des Graphen. (Sie erhalten den Schatten des Graphen, indem Sie die Richtungen der Kanten vernachlässigen. Werden dann zwei Knoten durch zwei oder mehr Kanten verbunden, so werden diese Kanten zu einer zusammengefasst. Anders ausgedrückt: Zwei Knoten x und y im Schatten sind genau dann durch eine ungerichtete Kante verbunden, wenn im ursprünglich gerichteten Graphen zumindest eine der Kanten von x nach y oder von y nach x existiert. Als Gewicht der ungerichteten Kante wählen sie jeweils das Minimum aller durch sie repräsentierten gerichteten Kanten.) Notieren Sie alle Zwischenschritte so genau, dass klar ist, wann welche Kante zum spannenden Baum hinzugefügt wird.